

SUMÁRIO

1	Lista de Modelos Probabilísticos	1
1.1	Modelos Discretos	1
1.2	Modelos Contínuos	3

LISTA DE MODELOS PROBABILÍSTICOS

1.1 MODELOS DISCRETOS

Distribuição uniforme discreta – $Unif(N)$

Função de Probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{N} \quad x = 1, 2, \dots, N \quad N = 1, 2, 3, \dots$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \frac{x}{N}$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{N+1}{2} \quad V(X) = \frac{(N+1)(N-1)}{12} \quad M_x(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{it}$$

Distribuição Binomial – $Bin(n, p)$

Função de Probabilidade

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad n = 1, 2, \dots \quad 0 \leq p \leq 1$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = np \quad V(X) = np(1-p) \quad M_x(t) = e^{np(e^t-1)}$$

Distribuição Poisson – $Poi(\lambda)$

Função de Probabilidade

$$f(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, 3, \dots, \lambda \geq 0$$

Função de Distribuição

$$F(x) = e^{-\lambda} \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} \frac{\lambda^i}{i!}$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = np \quad V(X) = np(1-p) \quad M_x(t) = [pe^t + (1-p)]^n$$

Distribuição hipergeométrica – $Hipergeometrica(N, M, K)$

Função de Probabilidade

$$f(x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{K-x}}{\binom{N}{K}}, x = 0, 1, 2, \dots, K \quad N, M, K \geq 0$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \sum_{i=0}^x \frac{\binom{M}{i} \binom{N-M}{K-i}}{\binom{N}{K}}$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{KM}{N} \quad V(X) = \frac{KM}{n} \frac{(N-M)(N-K)}{N(N-1)} \quad M_x(t) = \text{não existe}$$

Distribuição Binomial Negativa – $BinNeg(r, p)$

Função de Probabilidade

$$f(x) = \binom{r+x-1}{x} p^r (1-p)^x, x = 0, 1, 2, \dots, r > 0 \leq p \leq 1$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \sum_{i=0}^x \binom{r+i-1}{i} p^r (1-p)^i$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{r(1-p)}{p} \quad V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2} \quad M_x(t) = \left(\frac{p}{1-(1-p)e^t} \right)^r$$

Distribuição geométrica – $Geo(p)$

Função de Probabilidade

$$f(x) = p(1-p)^x, x = 0, 1, 2, \dots, 0 \leq p \leq 1$$

Função de Distribuição

$$F(x) = 1 - (1-p)^{x+1}$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{1}{p} \quad V(X) = \frac{1-p}{p^2} \quad M_x(t) = \frac{pe^t}{1 - (1-p)e^t}$$

1.2 MODELOS CONTÍNUOS**Distribuição Beta – $Beta(a, b)$**

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{\beta(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}, 0 < x < 1, a > 0, b > 0$$

em que $\beta(a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}$

Função de Distribuição

$$F(x) = I_x(a, b) = \frac{\beta_x(a, b)}{\beta(a, b)}$$

em que $\beta_x(a, b)$ é a função beta incompleta.

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{a}{a+b} \quad V(X) = \frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2} \quad M_x(t) \text{ não existe}$$

Distribuição de Cauchy – $Cauchy(\theta, \sigma)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{\pi\sigma} \frac{1}{1 + \left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)^2}, -\infty < x < \infty, -\infty < \theta < \infty, \sigma > 0$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right) + \frac{1}{2}$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \infty \quad V(X) = \infty, \quad M_x(t) \text{ não existe}$$

Distribuição Erlang – $Erl(\lambda, k)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{\lambda^k x^{k-1} \exp(-\lambda x)}{(k-1)!}, x > 0, \lambda > 0, k \in \mathbb{N}$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \frac{\gamma(k, \lambda x)}{(k-1)!}, x > 0$$

sendo γ é a função gama incompleta.

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{k}{\lambda} \quad V(X) = \frac{k}{\lambda^2} \quad M_x(t) = \left(\frac{\lambda}{\lambda-t}\right)^k, \text{ se } t < \lambda$$

Distribuição Exponencial – $Exp(\lambda)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0, \lambda > 0$$

Função de Distribuição

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{1}{\lambda} \quad V(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad M_x(t) = \frac{\lambda}{\lambda-t}$$

Distribuição Exponencial Dupla ou Laplace – $Laplace(\mu, \sigma)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{2\sigma} e^{\left(-\frac{|x-\mu|}{\sigma}\right)}, -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)} & \text{se } x < \mu \\ 1 - \frac{1}{2}e^{\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)} & \text{se } x \geq \mu \end{cases}$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \mu \quad V(X) = 2\sigma^2, \quad M_x(t) = \frac{e^{\mu t}}{1 - (\sigma t)^2}$$

Distribuição Gama – *Gama*(r, λ)

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x} \quad x \geq 0, r > 0, \lambda > 0$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \frac{\gamma(r, \lambda x)}{\Gamma(r)}, x > 0$$

sendo γ é a função gama incompleta.

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{r}{\lambda} \quad V(X) = \frac{r}{\lambda^2} \quad M_x(t) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - t}\right)^r$$

Distribuição Gumbel – *Gumbel*(μ, β)

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{\frac{x-\mu}{\beta}} e^{-e^{\frac{x-\mu}{\beta}}}, \quad -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \beta > 0$$

Função de Distribuição

$$F(x) = 1 - e^{-e^{\frac{x-\mu}{\beta}}}, \quad -\infty < x < \infty,$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \mu + \gamma\beta \quad V(X) = \frac{\pi^2}{6}\beta^2 \quad M_x(t) = \Gamma(1 - \beta t)e^{\mu t}$$

em que γ é a constante Euler-Mascheroni aproximadamente igual a 0,5772156649015328606.

Distribuição Logística – *Logística*(μ, σ^2)

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{(x-\mu)}{\sigma}}}{\sigma \left(1 + e^{-\frac{(x-\mu)}{\sigma}}\right)^2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma > 0$$

Função de Distribuição:

$$F(X) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{(x-\mu)}{\sigma}}}, \quad -\infty < x < \infty$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \mu \quad V(X) = \frac{\pi^2 \sigma^2}{3} \quad M_x(t) = e^{\mu t} \Gamma(1 - \sigma t) \Gamma(1 + \sigma t), \quad |t| < \frac{1}{\sigma}$$

Distribuição Lognormal – $LogN(\mu, \sigma^2)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad x > 0, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma^2 > 0$$

Função de Distribuição:

$$F(X) = \Phi\left(\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma}\right)$$

em Φ é a função de distribuição da distribuição normal padrão.

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad V(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2} \quad M_x(t) \text{ não existe}$$

Distribuição Normal – $N(\mu, \sigma^2)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma^2 > 0$$

Função de Distribuição: não possui forma analítica.

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \mu \quad V(X) = \sigma^2 \quad M_x(t) = e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$$

Distribuição de Pareto – $Pareto(a, b)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{ba^b}{x^{b+1}}, a < x < \infty, a > 0, b > 0$$

Função de Distribuição

$$F(X) = 1 - \left(\frac{a}{x}\right)^b$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{ab}{b-1}, b > 1 \quad V(X) = \frac{a^2b}{(b-1)^2(b-2)}, b > 2 \quad M_x(t) \text{ não existe}$$

Distribuição Qui-quadrado – $\chi^2(\nu)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} x^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, x > 0, \nu = 1, 2, 3, \dots$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \frac{\gamma\left(\frac{\nu}{2}, \frac{x}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}, x > 0$$

sendo γ é a função gama incompleta.

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \nu \quad V(X) = 2\nu, \quad M_x(t) = \frac{1}{(1-2t)^{\frac{\nu}{2}}}, t < \frac{1}{2}$$

Distribuição Rayleigh – $Ray(\sigma)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x}{\sigma^2}\right), x > 0, \sigma > 0$$

Função de Distribuição

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{2\sigma^2}\right), x > 0$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad V(X) = \frac{4-\pi}{2}\sigma^2, \quad M_x(t) = 1 + \sigma t \exp\left(\frac{\sigma^2 t^2}{2}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{\sigma t}{\sqrt{2}} + 1\right)\right)$$

Distribuição t de student – $t(\nu)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\sqrt{v\pi}\Gamma(\frac{v}{2})} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}, \quad -\infty < x < \infty, \quad v = 1, 2, 3, \dots,$$

$$F(x) = 1 - \frac{1}{2}I_w\left(\frac{v}{2}, \frac{1}{2}\right), \quad w = \frac{v}{x^2 + v}$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = 0, v > 1 \quad V(X) = \frac{v}{v-2}, v > 2 \quad M_x(t) \text{ não existe}$$

Distribuição Uniforme – $U(a, b)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{b-a}I_{[a,b]}(x)$$

Função de Distribuição

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a}I_{[a,b]}(x) + I_{(b,\infty)}(x)$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{a+b}{2} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12} \quad M_x(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{(b-a)t}, \quad t \neq 0$$

Distribuição Weibull – $Weibull(a, b)$

Função de Densidade de Probabilidade

$$f(x) = abx^{b-1}e^{-ax^b}, \quad x > 0, \quad a > 0, \quad b > 0$$

Função de Distribuição

$$F(x) = 1 - e^{-ax^b}, \quad x > 0$$

Esperança, Variância e Função Geradora de Momentos

$$E[X] = \frac{\Gamma\left(\frac{b+1}{b}\right)}{a^{\frac{1}{b}}} \quad V(X) = \frac{\Gamma\left(\frac{b+2}{b}\right) - \Gamma^2\left(\frac{b+2}{b}\right)}{a^{\frac{2}{b}}} \quad M_x(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{b+t}{b}\right)}{a^{\frac{t}{b}}}$$